

Devoir surveillé

Exercice 1 On considère la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 &= 1 \\ u_{n+1} &= u_n + 2n + 3 \end{cases} \text{ pour tout entier naturel } n.$$

1. Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
2. (a) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_n > n^2$.
(b) Quelle est la limite de la suite (u_n) ?
3. Conjecturer une expression de u_n , en fonction de n , puis démontrer la propriété ainsi conjecturée.

Exercice 2 Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 1/2 point l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne le point $S(1 ; -2 ; 0)$ et le plan P d'équation $x + y - 3z + 4 = 0$.

1. Une représentation paramétrique de la droite D passant par le point S et perpendiculaire au plan P est :

$$A : \begin{cases} x &= 1 + t \\ y &= 1 - 2t \\ z &= -3 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad B : \begin{cases} x &= 2 + t \\ y &= -1 + t \\ z &= 1 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

$$C : \begin{cases} x &= 1 + t \\ y &= -2 - 2t \\ z &= 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad D : \begin{cases} x &= 2 + t \\ y &= -1 + t \\ z &= -3 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

2. Les coordonnées du point d'intersection H de la droite D avec le plan P sont :

$$A : (-4 ; 0 ; 0) \quad B : \left(\frac{6}{5} ; \frac{-9}{5} ; \frac{3}{5}\right) \quad C : \left(\frac{7}{9} ; \frac{-2}{3} ; \frac{1}{3}\right) \quad D : \left(\frac{8}{11} ; \frac{-25}{11} ; \frac{9}{11}\right)$$

3. La distance du point S au plan P est égale à :

$$A : \frac{\sqrt{11}}{3} \quad B : \frac{3}{\sqrt{11}} \quad C : \frac{9}{\sqrt{11}} \quad D : \frac{9}{11}$$

4. On considère la sphère de centre S et de rayon 3. L'intersection de la sphère S et du plan P est égale

A : au point I(1 ; -5 ; 0)

B : au cercle de centre H et de rayon $r = 3\sqrt{\frac{10}{11}}$

C : au cercle de centre S et de rayon $r = 2$

D : au cercle de centre H et de rayon $r = \frac{3\sqrt{10}}{11}$.