Quelques exercices « pour chercher » donnés en première S.

Exercice 1

La multiplication égyptienne.

Voici un exemple de la manière qu'avaient les Égyptiens de multiplier deux nombres entre eux : il est traité sous la forme $a.b$, puis $b.a$.

25×35		35×25	
25	35	35	25
12	~~70~~	17	50
6	~~140~~	8	~~100~~
3	280	4	~~200~~
1	560	2	~~400~~
		1	800
	875		875

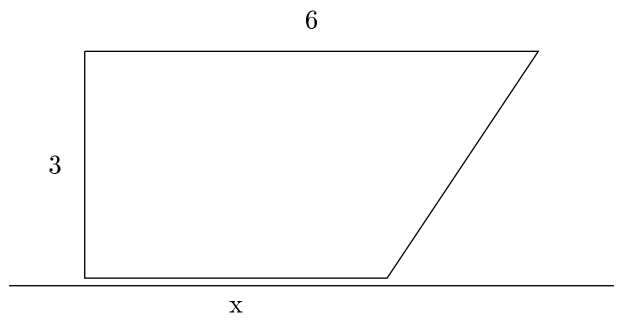
On vérifie aisément que 25×35 fait bien 875. On appellera colonne de gauche celle avec : 25 12 6 3 1 et on appellera colonne de droite celle avec : 35 70 140 280 560.

1. en utilisant le procédé égyptien, calculez 186×31 et 31×186 conjecturez d'un algorithme possible.
2. Justifiez, à partir de l'exemple 25×35 (ou de 35×25), la validité de l'algorithme de calcul des Égyptiens.
3. Construire un exemple de multiplication personnel. de deux nombres à deux chiffres.
4. Construire un exemple de multiplication de deux nombres, exemple dans lequel la colonne de gauche comporte 8 lignes et où l'on barre toutes les lignes, sauf la dernière.

Exercice 2 ⋆ (Barycentre)

Pour quelles valeurs de x ce solide bascule-t-il ?

[1]Exercice adapté d'un problème posé au CAPE

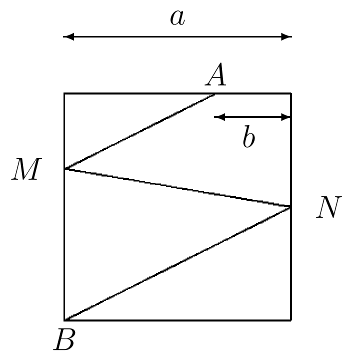


Exercice 3 ⋆ (homothétie)

Soit (P) et (P') deux plans parallèles, A et B deux points distincts n'appartenant pas aux plans. Soit M un point de (P), on mène par A la parallèle à (BM), elle coupe (P') en un point M'. Montrer que les droites (MM') ont un point en commun.

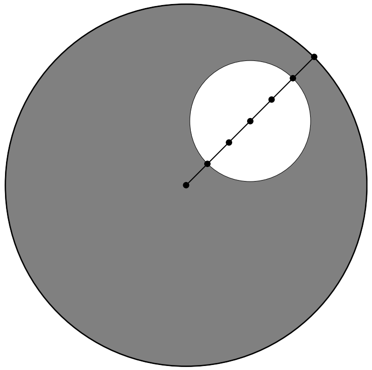
indication Que dire des points A, B, M et M'

Exercice 4 ⋆



On tire une corde de A en B en passant par M et N. A et B sont fixes, les quatres points appartiennent à un carré comme sur la figure. Quelles sont les positions de M et N qui minimisent la longueur de la corde. Une dernière "petite" question : calculer la longueur minimale de la corde en fonction a et b.

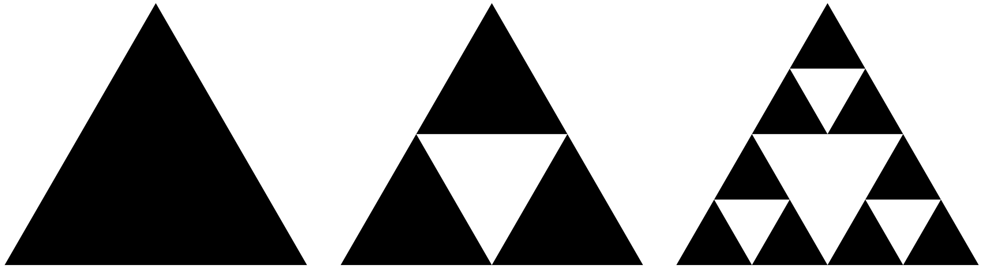
Exercice 5 (Barycentre)



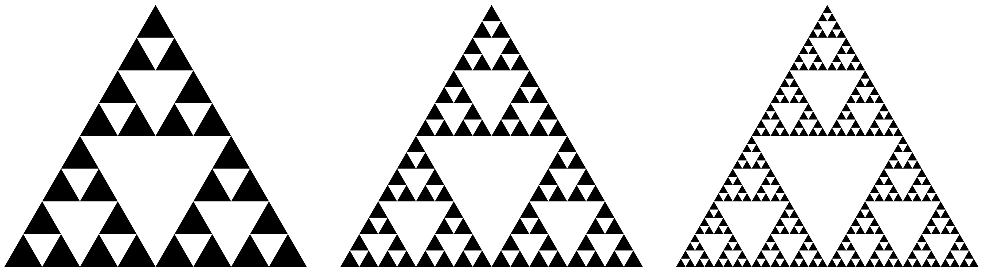
Déterminer en fonction du rayon du grand cercle la position du centre d'inertie de cette plaque circulaire évidée.

Exercice 6

Le triangle de départ est équilatéral, à partir de quelle étape l'aire restante est 2006 fois plus petite que l'aire initiale ?



Étape 0 Étape 1 Étape 2



Étape 3 Étape 4 Étape 5

Exercice 7 (Suite)

Une personne souhaite contracter un crédit de 5000€pour l'achat d'un salon. Un organisme de crédit lui propose des mensualités de 180,76€ avec un TEG de 18,5%.

1. On appelle (D_n) la suite des capitaux dû au mois n à l'organisme de crédit. $D_0 = 5000€$. Déterminer D_1, D_2.
2. Montrer que $D_{n+1} = \frac{203}{200}D_n - 180,76$.
3. (a) On pose $v_n = D_n - \frac{36152}{3}$. Montrer que (v_n) est géométrique, on précisera ses paramètres.
   (b) En déduire D_n en fonction de n
4. Quelle est la durée du crédit
5. Quel est le coût du crédit ?

Exercice 8 (Second degré)

1. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} xy = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$
2. On se propose de déterminer pour quelles valeurs de s et p le système, (S) : $\begin{cases} xy = p \\ x + y = s \end{cases}$ admet des solutions.
   (a) Montrer que le système ci-dessus est équivalent à celui-ci : $\begin{cases} y = s - x \\ x^2 - sx + p = 0 \end{cases}$
   (b) En déduire que le système admet des solutions si et seulement si
   $$s^2 - 4p \geqslant 0$$
3. Soit f la fonction qui à tout réel s associe $\frac{1}{4}s^2$.
   (a) Donner le tableau de variation de f, et tracer $\mathcal{C}_f$
   (b) En plaçant le point A de coordonnées $(2; 4)$ dites si le système $\begin{cases} xy = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$ admet ou non des solutions.
   (c) Discuter graphiquement en fonction de s et p l'existence de solution pour le système (S). (Vous pourrez utiliser un code de couleurs)
   (d) Que dire pour les solutions de (S) quand le point de coordonnées (s, p) appartient à $\mathcal{C}_f$.

Exercice 9 (Second degré - Barycentre)

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f : x \longmapsto x^2 - 3$ et $g : x \longmapsto 3x^2 + 4x + 1$.

1. Tracer $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ soigneusement dans un repère orthonormal par la méthode de votre choix.

2. Soient A et B deux points de coordonnées respectivent $(-2;0)$ et $(0;2)$, x un réel et M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x. Quelles sont les coordonnées de M ?
3. On appelle G l'isobarycentre des points A, B et M.
   (a) On suppose dans cette partie que $x = 0$
      i. Quelles sont les coordonnées de G
      ii. Compléter la figure
   (b) On revient au cas général.
      i. Quelles sont les coordonnées de G en fonction de x.
      ii. Montrer que $9(\frac{x-2}{3})^2 + 12\frac{x-2}{3} + 3 = x^2 - 1$
      iii. On pose $X = \frac{x-2}{3}$, quelle sont les coordonnées de G en fonction de X
      iv. Déduire de la question précédente le lieu des points G lorsque M décrit $\mathcal{C}_f$.

Exercice 10 $\star$ (Angles orientés)

À quelle(s) heure(s), à la seconde près, la petite et la grande aiguille d'une horloge forment-elles un angle droit ?

Exercice 11

Soit f_k la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f_k : x \longmapsto \dfrac{k}{x}$

1. Dans un même repère tracer, les courbes représentatives de f_1, f_2, f_4.
2. Soit M un point de coordonnées (x, y) appartenant à $\mathcal{C}_{f_4}$. Que peut-on dire de $x \times y$?
3. Soit d_S la droite d'équation $y = S - x$. Tracer d_1, d_2 d_4, d_6 et d_8
4. Soit M un point de coordonnées (x, y) appartenant à d_S. Que peut-on dire de $x + y$?
5. Déduire des questions précédentes la réponse au problème suivant :

   Parmi les couples de nombres positifs dont le produit vaut 4, quels sont ceux dont la somme est minimale ?

6. Généraliser