

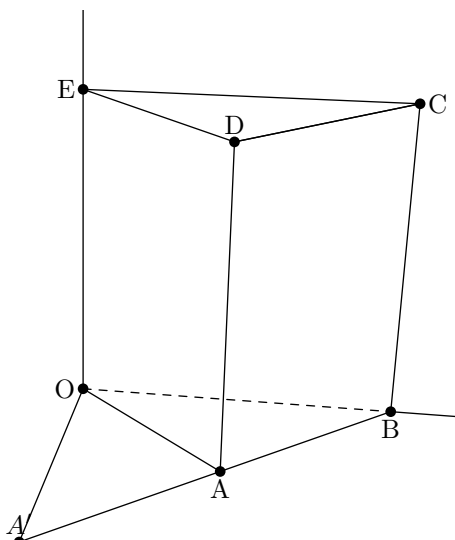
Le but de cet exercice est de voir sur un exemple à quoi ressemble des ensembles du type $ax + by + cz + d \geq 0$. (« Réécriture d'un énoncé » de J. Lubczanski, dans Les Maths au jour le jour, Éditions Cedic, 1985.) Argine, Judith, Pallas et Rachel sont les quatre prétendantes au titre de Reine des reines. Au premier tour, Pallas obtient 19 % des suffrages, Judith 33 %, Rachel 16 % et Argine 32 %.

Seules les deux candidates arrivées en tête peuvent se maintenir pour le second tour ; tous les prévisionnistes de la politique se plongent dans les calculs pour anticiper les résultats définitifs. Ils admettent que :

- il n'y a pas de nouveaux électeurs au second tour et les électeurs ayant voté au premier tour pour Argine ou Judith ne modifieront pas leur vote au second tour ;
- parmi les électeurs ayant voté pour Pallas au premier tour, une proportion x reportera ses voix sur Judith au second tour, une proportion y , plus grande que x , se reportera sur Argine et les autres s'abstiendront ;
- parmi les électeurs ayant voté pour Rachel au premier tour, une proportion z votera pour Judith au second tour et les autres s'abstiendront.

1. que peut-on dire des réels x , y et z ?

2. La donnée de $(x; y; z)$ suffit donc pour déterminer le vote du second tour. Dans la représentation ci-dessous, on a visualisé graphiquement l'ensemble des situations de vote possibles au second tour [le repère $(O, \overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OE})$ est orthonormal] : décrire cet ensemble et contrôler le dessin. (A a pour coordonnées $(0, 5; 0, 5; 0)$).



3. Quelles relations entre les trois variables x , y et z traduisent le fait que Judith est élue au second tour ?

4. À quelles situations de vote correspondent les points A , D et C ?

5. À quelles régions de l'espace correspondent les situations suivantes :

- (a) Judith est élue ?
- (b) Judith et Argine sont ex æquo ?
- (c) Argine est élue ?

6. Certains prévisionnistes assurent que :

- (a) si plus de 48 % des électeurs de Pallas votent pour Judith, alors Judith est élue ;
- (b) si plus de 95 % des électeurs de Pallas votent pour Argine, alors Argine est élue.

Leurs prévisions vous semblent-elles correctes ? Quelle est la plus petite valeur m de x qui garantit l'élection de Judith ? Donner un encadrement des votes que peut avoir Argine lorsque $x = m$. Quelle est la plus petite valeur de y qui garantit l'élection d'Argine ?

7. Résultats : En fait, le résultat du second tour a donné 51,5 % pour Judith et 48,5 % pour Argine (il s'agit des suffrages exprimés, c'est-à-dire que $A/J = 48,5/51,5$). Trouver l'équation de l'ensemble des situations de vote correspondant à ce résultat.