

Le dé était-il truqué ?

1.1 Présentation du problème

Après avoir perdu beaucoup d'argent à un jeu de dé. Rémi a réussi à récupérer un des dé et a la ferme intention de savoir s'il n'a pas été arnaqué. Il lance 200 fois le dé, voici les résultats.

Face	1	2	3	4	5	6	
Nb	36	28	39	31	43	23	
F							1

Le dé était-il truqué ?

1.2 Présentation du problème

Après avoir perdu beaucoup d'argent à un jeu de dé. Rémi a réussi à récupérer un des dé et a la ferme intention de savoir s'il n'a pas été arnaqué. Il lance 200 fois le dé, voici les résultats.

Face	1	2	3	4	5	6	
Nb	36	28	39	31	43	23	
F	0,18	0,14	0,195	0,155	0,215	0,115	1

Le dé était-il truqué ?

Peut-on savoir à partir de ce tableau si le dé est truqué ? D'après les cours de seconde et de première, la distribution de fréquence n'est pas toujours la même d'une expérience aléatoire à une autre, c'est ce que l'on appelle la fluctuation d'échantillonnage. Malgré tout, le théorème de la loi des grands nombres affirme que quand le nombre d'expérience est grand on atteint des valeurs limites qui donnent la loi de probabilité de l'expérience aléatoire.

Quand le dé n'est pas truqué, quelle est la loi de probabilité du tirage d'un dé ?

Le dé était-il truqué ?

Peut-on savoir à partir de ce tableau si le dé est truqué ? D'après les cours de seconde et de première, la distribution de fréquence n'est pas toujours la même d'une expérience aléatoire à une autre, c'est ce que l'on appelle la fluctuation d'échantillonnage. Malgré tout, le théorème de la loi des grands nombres affirme que quand le nombre d'expérience est grand on atteint des valeurs limites qui donnent la loi de probabilité de l'expérience aléatoire.

Quand le dé n'est pas truqué, quelle est la loi de probabilité du tirage d'un dé ?

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = \frac{1}{6}$$

Le dé était-il truqué ?

Que dire de la distribution de fréquences du dé de Rémi ? La différence est-elle due à la fluctuation d'échantillonnage ou au fait que le dé est truqué ? C'est à cette question que l'on va essayer de répondre.

Mesurer la part d'aléatoire

On suppose que le dé est équilibré et qu'alors sa distribution de fréquences est celle d'un dé équilibré. On se propose de mesurer la fluctuation d'échantillonnage, pour évaluer l'écart entre la distribution de fréquences du dé et la distribution de fréquences théorique on calcule :

$$d_{obs}^2 = (f_1 - \frac{1}{6})^2 + (f_2 - \frac{1}{6})^2 + (f_3 - \frac{1}{6})^2 + (f_4 - \frac{1}{6})^2 + (f_5 - \frac{1}{6})^2 + (f_6 - \frac{1}{6})^2$$

Calculer cette valeur pour le dé de Rémi :

Puis la valeur de $200d_{obs}^2$:

Maintenant, on tire 250 fois 200 dés et l'on note les résultats de $200 d^2$. Les résultats sont présentés sous la forme d'un graphique en feuille et tige.

Mesurer la part d'aléatoire

On suppose que le dé est équilibré et qu'alors sa distribution de fréquences est celle d'un dé équilibré. On se propose de mesurer la fluctuation d'échantillonnage, pour évaluer l'écart entre la distribution de fréquences du dé et la distribution de fréquences théorique on calcule :

$$d_{obs}^2 = (f_1 - \frac{1}{6})^2 + (f_2 - \frac{1}{6})^2 + (f_3 - \frac{1}{6})^2 + (f_4 - \frac{1}{6})^2 + (f_5 - \frac{1}{6})^2 + (f_6 - \frac{1}{6})^2$$

Calculer cette valeur pour le dé de Rémi : $d_{obs}^2 = 0,00683$

Puis la valeur de $200d_{obs}^2$:

Maintenant, on tire 250 fois 200 dés et l'on note les résultats de $200 d^2$. Les résultats sont présentés sous la forme d'un graphique en feuille et tige.

Mesurer la part d'aléatoire

On suppose que le dé est équilibré et qu'alors sa distribution de fréquences est celle d'un dé équilibré. On se propose de mesurer la fluctuation d'échantillonnage, pour évaluer l'écart entre la distribution de fréquences du dé et la distribution de fréquences théorique on calcule :

$$d_{obs}^2 = (f_1 - \frac{1}{6})^2 + (f_2 - \frac{1}{6})^2 + (f_3 - \frac{1}{6})^2 + (f_4 - \frac{1}{6})^2 + (f_5 - \frac{1}{6})^2 + (f_6 - \frac{1}{6})^2$$

Calculer cette valeur pour le dé de Rémi : $d_{obs}^2 = 0,00683$

Puis la valeur de $200d_{obs}^2$: $200d_{obs}^2 = 1,36667$

Maintenant, on tire 250 fois 200 dés et l'on note les résultats de $200d^2$. Les résultats sont présentés sous la forme d'un graphique en feuille et tige.

Mesurer la part d'aléatoire

[illegible]

Mesurer la part d'aléatoire

On se donne une marge d'erreur de 10%, on s'intéresse alors au 9^{ème} décile de la série des 250 tirages de 200 dés. Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série :

Mesurer la part d'aléatoire

0	11111111
0	22222222222222222222 33333333333333333333333333333333
0	44 444444444444444444445555555555 5555555555555555555555
0	666666 666666666666666666666666666677 77777777
0	888888888888888888888888 899999999999999999999999
1	0000000 000011111111111111111111
1	22222 222222333333333
1	44444555555 5
1	6667
1	888999
2	00
2	22233
2	445
2	67
2	8
3	6

Mesurer la part d'aléatoire

Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série : 1,5

Mesurer la part d'aléatoire

Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série : 1,5

- Si $200 d_{obs}^2 \leq D_9$,
- Si $200 d_{obs}^2 > D_9$,

Mesurer la part d'aléatoire

Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série : 1,5

- Si $200 d_{obs}^2 \leq D_9$, on considère que l'on est dans une situation "normale", c'est à dire le dé est équilibré : on accepte l'hypothèse d'équirépartition.
- Si $200 d_{obs}^2 > D_9$,

Mesurer la part d'aléatoire

Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série : 1,5

- Si $200 d_{obs}^2 \leq D_9$, on considère que l'on est dans une situation "normale", c'est à dire le dé est équilibré : on accepte l'hypothèse d'équirépartition.
- Si $200 d_{obs}^2 > D_9$, on rejette l'hypothèse d'équirépartition avec une erreur de 10%. En effet il se peut que le dé soit équilibré, mais avoir une telle distribution sur un essai arrive moins d'une fois sur dix.

Mesurer la part d'aléatoire

Déterminer, D_9 , le neuvième décile de cette série : 1,5

- Si $200 d_{obs}^2 \leq D_9$, on considère que l'on est dans une situation "normale", c'est à dire le dé est équilibré : on accepte l'hypothèse d'équirépartition.
- Si $200 d_{obs}^2 > D_9$, on rejette l'hypothèse d'équirépartition avec une erreur de 10%. En effet il se peut que le dé soit équilibré, mais avoir une telle distribution sur un essai arrive moins d'une fois sur dix.

Pour confirmer le résultat, il suffit de relancer 200 fois le dé de Rémi et de comparer à nouveau avec la distribution des fréquences théoriques, car l'expérience aléatoire est reproductible ; ce qui n'est pas toujours le cas.